

امتحان السادس الثالث في مادة الإحصاء 03

الاسم والتلقب: ...الاسم...اللقب... الفوج: العلامة: 20/20

التمرين الأول: مجتمع مكون من الأعداد الآتية (7, 0, 1, 8, 6) ن سحب بدون إعادة وعلى التوالي عشوائيا عددين. اختر الإجابة الصحيحة بوضع العلامة (X) في المكان المناسب.

1. نوع المعاينة في هذه الحالة:

عشوائية ☒ نفاذية ☒ غير عشوائية ☐ غير نفاذية ☐

2. عدد جميع العينات الممكنة من هذا المجتمع هو: $A_n = \frac{N!}{(N-n)!} = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$

☐ 16 ☒ 20 ☒ 10 ☐ 25

3. متوسط المجتمع $U = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+0+1+8+6}{5} = 4,4$

☐ $U = 11$ ☒ $U = 4,4$ ☐ $U = 22$

4. تباين المجتمع $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - U)^2}{N} = \frac{(7-4,4)^2 + (0-4,4)^2 + (1-4,4)^2 + (8-4,4)^2 + (6-4,4)^2}{5} = 10,64$

☐ $\sigma^2 = 53,2$ ☐ $\sigma^2 = 122$ ☒ $\sigma^2 = 10,64$ ☐ $\sigma^2 = 26,6$

$$U_{\bar{x}} = U$$

5. متوسط توزيع معاينة الوسط الحسابي للعيينة $U_{\bar{x}}$:

☒ $U_{\bar{x}} = 4,4$ ☐ $U_{\bar{x}} = 22$ ☐ $U_{\bar{x}} = 5,5$ ☐ $U_{\bar{x}} = 11$

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = 3,99$$

6. تباين توزيع معاينة الوسط الحسابي للعيينة $S_{\bar{x}}^2$:

☐ $s_{\bar{x}}^2 = 1,65$ ☒ $s_{\bar{x}}^2 = 3,99$ ☐ $s_{\bar{x}}^2 = 5,5$ ☐ $s_{\bar{x}}^2 = 0,86$

التمرين الثاني: يُشغل مصنع صناعة ملابس الأطفال عمالا ذكورا وإناثا، بحيث العمال الذكور والبالغ عددهم 630 عاملا يشتغلون في الورشة 1، والعاملات الإناث والبالغ عددهن 520 تعمن في الورشة 2.

قام أحد الباحثين بإجراء دراسة تتعلق بمقارنة إنتاجية العمال بإنتاجية العاملات فوصل إلى النتائج الآتية:

متوسط إنتاج العمال الذكور $U_1 = 60$ بانحراف معياري $\delta_1 = 5$

متوسط إنتاج العاملات $U_2 = 62$ بانحراف معياري $\delta_2 = 2$

ولمواصلة بحثه قام الباحث باختيار عيّنتين عشوائيتين مستقلتين؛ فمن العمال اختار 40 عاملا ($n_1 = 40$) ومن العاملات اختار 30 عاملة ($n_2 = 30$)

أولا: اختر الإجابة الصحيحة بوضع العلامة (X) في المكان المناسب.

1. طبيعة توزيع معاينة متوسط إنتاجية العمال في العينة: $n_1 = 40 > 30$ وبما أن $n_1 > 30$ و $n_2 > 30$ \Rightarrow $X_1 \sim N(U_1 = 60, \sigma_1^2 = 5^2)$

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{40}{630} = 0,06 > 0,05 \Rightarrow \frac{S_{\bar{x}}^2}{s_{\bar{x}}^2} \left(\frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1} \right) = 0,59$$

$$X_1 \sim N(\mu=60; \sigma^2 = 0.59)$$



$$X_1 \sim St_{V=29}(\mu=60; \sigma^2 = 0.59)$$



$$X_1 \sim N(\mu=60; \sigma^2 = 0.53)$$



$$X_1 \sim St_{V=29}(\mu=60; \sigma^2 = 0.63)$$



طريقة التوزيع (2) و (3) $X_2 \sim N(\mu=62; \sigma^2 = 0.07)$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{30}{520} = 0.057 > 0.05 \Rightarrow S_{X_2}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_2} \left(\frac{n_1 n_2}{N_2 - 1} \right) = 0.13$$

2. طريقة توزيع معاينة متوسط إنتاجية العاملات في العينة:

$$X_2 \sim N(\mu=62; \sigma^2 = 0.07)$$



$$X_2 \sim St_{V=29}(\mu=62; \sigma^2 = 0.07)$$



$$X_2 \sim N(\mu=62; \sigma^2 = 0.13)$$



$$X_2 \sim St_{V=29}(\mu=62; \sigma^2 = 0.13)$$



3. طريقة توزيع معاينة الفرق بين متوسط إنتاجية العمال بالعاملات في العينة:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim St_{V=29}(\mu=-2; \sigma^2 = 0.66)$$



$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu=-2; \sigma^2 = 0.72)$$



$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim St_{V=29}(\mu=-2; \sigma^2 = 0.72)$$



$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu=-2; \sigma^2 = 0.66)$$



ثانيا: أحسب الاحتمالات الآتية:

4. حساب $P(\bar{X}_1 \geq 59)$

$$P(\bar{X}_1 \geq 59) = P\left(\frac{\bar{X}_1 - \mu_1}{\sqrt{S_{X_1}^2}} \geq \frac{59 - 60}{\sqrt{0.59}}\right) = P(Z \geq \frac{59 - 60}{\sqrt{0.59}}) = P(Z \geq -1.30) = P(Z < 1.30) = 0.9032$$

5. حساب $P(\bar{X}_1 < 62.5)$

$$P(\bar{X}_1 < 62.5) = P\left(\frac{\bar{X}_1 - \mu_1}{\sqrt{S_{X_1}^2}} < \frac{62.5 - 60}{\sqrt{0.59}}\right) = P(Z < \frac{62.5 - 60}{\sqrt{0.59}}) = P(Z < 3.25) = 1$$

6. حساب $P(\bar{X}_2 \geq 62)$

$$P(\bar{X}_2 \geq 62) = P\left(\frac{\bar{X}_2 - \mu_2}{\sqrt{S_{X_2}^2}} \geq \frac{62 - 62}{\sqrt{0.13}}\right) = P(Z \geq \frac{62 - 62}{\sqrt{0.13}}) = P(Z \geq 0) = 1 - P(Z < 0) = 1 - 0.5 = 0.5$$

7. حساب $P(\bar{X}_2 < 57)$

$$P(\bar{X}_2 < 57) = P\left(\frac{\bar{X}_2 - \mu_2}{\sqrt{S_{X_2}^2}} < \frac{57 - 62}{\sqrt{0.13}}\right) = P(Z < \frac{57 - 62}{\sqrt{0.13}}) = P(Z < -13.88) = P(Z > 13.88) = 1 - P(Z < 13.88) = 0$$

8. حساب $P(\bar{X}_1 < \bar{X}_2)$

$$P(\bar{X}_1 < \bar{X}_2) = P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 0) = P\left(\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2}} < \frac{0 - (-2)}{\sqrt{0.72}}\right) = P(Z < \frac{0 - (-2)}{\sqrt{0.72}}) = P(Z < 2.38) = 0.9913$$